

Вариант 1

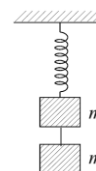
1. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 5 м/с. Через какое время тело вернется в исходную точку?

Решение

Будем считать начальную координату тела равной нулю. Тогда уравнение движения можно записать в виде $x = 5t - 5t^2$. Приравняв координату нулю можно найти что время равно или нулю (начало движения) или одной секунде.

Ответ: через 1 с тело вернется в исходную точку.

2. К концу пружины подвешены два одинаковых груза массы m каждый, соединенные нитью (см. рисунок). В некоторый момент нить пережигают. Найдите амплитуду колебаний верхнего груза. Коэффициент жесткости пружины k , массами пружин и нити можно пренебречь.



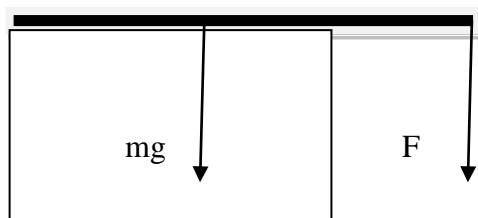
Решение

Пружина растянута на величину $2mg/k$. После пережигания нити положение равновесия шара соответствует растяжению пружины на величину mg/k . Следовательно, амплитуда колебаний равна mg/k .

Ответ: mg/k .

3. Линейка длины 30 см и массы 50 г лежит на столе так, что за край стола выступает треть её длины. Какую силу необходимо вертикально приложить к выступающему концу линейки, чтобы противоположный её конец начал приподниматься?

Решение

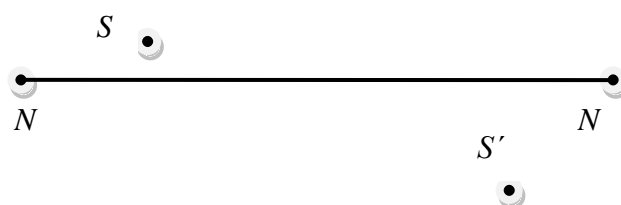


Сила тяжести приложена к середине линейки. К свободному концу необходимо прикладывать силу направленную вниз. Расстояния от точек приложения сил до точки опоры (оси вращения) равны 10 см. Запишем уравнение моментов относительно точки опоры линейки на стол:

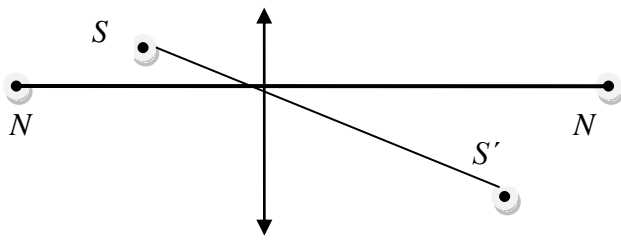
$$F \cdot 0.1 = mg \cdot 0.1$$

Ответ: необходимо приложить вертикальную силу 0,5 Н

4. Заданы главная оптическая ось линзы NN , положение источника S и его изображения S' . Найдите построением положение оптического центра линзы C и ее фокусов.

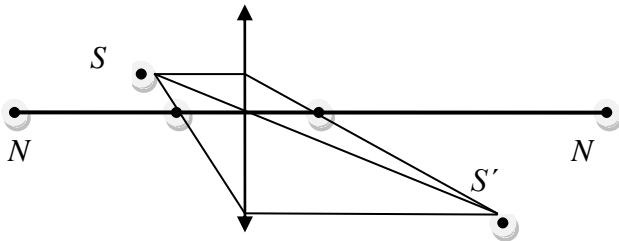
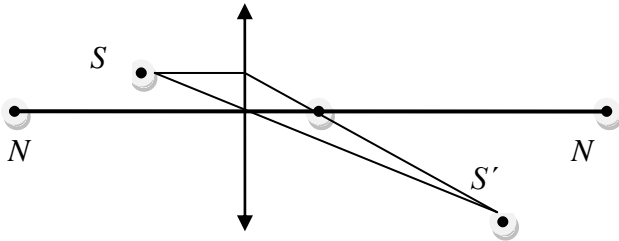


Решение



после линзы проходит через фокус (и через точку изображения).

Используем стандартные лучи для построения изображений в линзах. Первый лучи проходит через точку предмета, центр линзы и точку изображения. Второй луч идет параллельно главной оптической оси и после линзы проходит через фокус (и через точку изображения). Третий луч за линзой идет параллельно главной оптической оси и перед линзой проходит через фокус (и точку предмета)



5. Четыре одинаковых тела равной массы по $m = 20$ г каждое расположены на одной горизонтальной прямой на некотором расстоянии друг от друга. В крайнее тело ударяется такое же тело, имеющее скорость $v_0 = 20$ м/с и движущееся вдоль прямой, на которой расположены тела. Считая соударения тел абсолютно неупругими, найти кинетическую энергию E_k системы после прекращения соударений.

Решение

Так как удар неупругий, то полная механическая энергия системы тел не сохраняется. Но будет сохраняться полный импульс системы, то есть

$$mv_0 = 5mv,$$

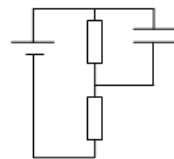
следовательно, вся система слипшихся шаров будет двигаться со скоростью

$$v = \frac{v_0}{5},$$

а ее кинетическая энергия будет равна

$$E_k = \frac{mv_0^2}{10} = 0,8 \text{ Дж.}$$

6. Сопротивление каждого резистора в схеме равны 1 Ом. ЭДС источника 2 В. Найти напряженность электрического поля внутри конденсатора, если расстояние между его пластинами 2 мм. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.
Оценка задания № 6 – 15 баллов



Решение

Напряженность электрического поля конденсатора можно связать с напряжением на его обкладках

$$E = \frac{U}{d}$$

Напряжение на конденсаторе равно напряжению на верхнем резисторе, которое можно выразить по закону Ома для участка цепи

$$U = IR$$

Сила тока может быть выражена по закону Ома для полной цепи, а с учетом того, что по участку содержащему конденсатор ток не протекает, резисторы соединены последовательно

$$I = \frac{\varepsilon}{2R}$$

Для напряженности получается выражение

$$E = \frac{\varepsilon}{2d}$$

Подставим числовые значения и получим **Ответ** 500 В/м

7. С какой максимальной силой прижимается к телу человека медицинская банка, если диаметр ее отверстия $d = 4$ см? В момент прикладывания к телу воздух в ней имеет температуру $t_1 = 80$ °С, а температура окружающего воздуха $t_0 = 20$ °С, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Изменением объема воздуха в банке при ее присасывании к телу пренебречь.

Решение

При остывании воздуха в банке давление в ней становится меньше атмосферного, и сила, с которой она прижимается к телу, равна

$$F = (P_0 - P_\sigma) \cdot S,$$

где $S = \frac{\pi d^2}{4}$, P_σ - давление в банке после остывания воздуха.

Изменением объема в банке пренебрегаем, тогда по закону Шарля

$$\frac{P_\sigma}{T_0} = \frac{P_0}{T_1} \quad \text{при } V = const.$$

Тогда $P_\sigma = P_0 \frac{T_0}{T_1}$.

Решаем, применяя систему единиц СИ:

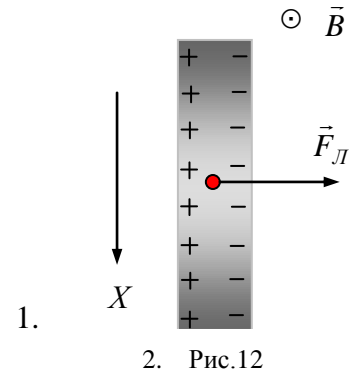
$$F_{\max} = S \left(P_0 - P_0 \frac{T_0}{T_1} \right) = P_0 S \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right),$$
$$F_{\max} = 10^5 \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot 3,14 \left(1 - \frac{293}{353} \right) = 10^5 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 16 \cdot 10^{-4} \cdot 0,17 \approx 21 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{\max} \approx 21 \text{ Н}$.

8. Круглая металлическая пластина падает вертикально вниз в однородном магнитном поле, параллельном поверхности Земли. В процессе падения она остается параллельной линиям индукции магнитного поля и перпендикулярной поверхности Земли. Толщина пластинки d много меньше ее радиуса R , масса пластины равна m , модуль индукции магнитного поля B . Определите ускорение, с которым падает пластина.

Решение.

Предположим, что пластина падает с постоянной скоростью v . На каждый электрон будет действовать сила Лоренца $F = qvB$ (q – заряд электрона). Пусть вектор \vec{B} (рис.12) направлен перпендикулярно плоскости рисунка вверх. Тогда под действием силы Лоренца электроны будут смещаться вправо. В результате правая сторона пластины приобретет отрицательный заряд, а левая – положительный. Внутри пластины возникнет электрическое поле, силовые линии которого будут направлены слева направо. Так как $d \ll R$, поле можно считать однородным. Краевыми эффектами пренебрегаем. Разделение зарядов будет происходить до тех пор, пока сила Лоренца не уравнивается электрической силой, обусловленной электрическим полем разделившихся зарядов



$$qvB = qE,$$

где E – напряженность электрического поля. Поскольку появится электрическое поле, напряженность которого $E = Bv$, то между плоскостями, ограничивающими пластину, возникнет разность потенциалов

$$U = Ed = Bvd.$$

Пластину с разделившимися зарядами можно рассматривать как плоский конденсатор, на пластинах которого находится заряд

$$Q = CU = \frac{SBvd}{4\pi kd} = \frac{SBv}{4\pi k}, \quad (5)$$

где S – площадь пластин ($S = \pi R^2$). Как видно из соотношения (5), заряд зависит от скорости движения пластины. Если пластина движется с ускорением, то скорость растет, и заряды на сторонах пластины будут меняться. Следовательно, в пластине возникнет ток. Сила тока будет равна

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{SB}{4\pi k} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{SB}{4\pi k} a,$$

где a – ускорение, с которым движется пластина.

Таким образом, движущуюся пластину можно рассматривать как проводник с током, движущийся в магнитном поле. На такой проводник будет действовать сила Ампера.

$$F_A = IBd = \frac{SB^2 d}{4\pi k} a. \quad (6)$$

В рассматриваемом случае сила Ампера направлена вверх.

Уравнение движения пластины можно записать следующим образом:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_A.$$

Проецируя это уравнение на вертикальную ось X , и, подставляя значение силы Ампера (6), получим:

$$ma = mg - \frac{SB^2 d}{4\pi k} a.$$

Отсюда для ускорения, с которым движется пластина, получим следующую формулу:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{RB^2 d}{4km}}.$$

Ответ: $a = \frac{g}{1 + \frac{RB^2 d}{4km}}.$

Вариант 2

1. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 10 м/с. Через какое время скорость тела станет равной нулю? Соппротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Для скорости тела в случае движения вертикально вверх можно записать уравнение:

$$v = v_0 - gt$$

Подставим числовые значения и приравняем скорость нулю.

Ответ: время равно 1 с.

2. Груз, висящий на пружине, совершает колебания в вертикальной плоскости. Во сколько раз изменится частота колебаний груза, если его подвесить на двух таких же пружинах, соединенных последовательно?

Решение

Частота колебаний груза связана с массой груза и коэффициентом жесткости пружины соотношением

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}$$

Во втором случае удлинение обеих пружин равно сумме удлинений каждой из них:

$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_1$. Каждое из удлинений можно записать по закону Гука

$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_1}$. Тогда коэффициент жесткости для двух пружин будет равен

$$k = \frac{k_1 k_1}{k_1 + k_1}$$

Для отношения частот можно составить уравнение

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{\sqrt{\frac{k_1 k_1}{(k_1 + k_1)m}}}{\sqrt{\frac{k_1}{m}}} = \frac{1}{2}$$

Ответ: уменьшиться в два раза

3. Какую силу нужно приложить к одному из концов трубы, лежащей на земле горизонтально, чтобы она начала приподниматься? Масса трубы 80 кг.

Решение

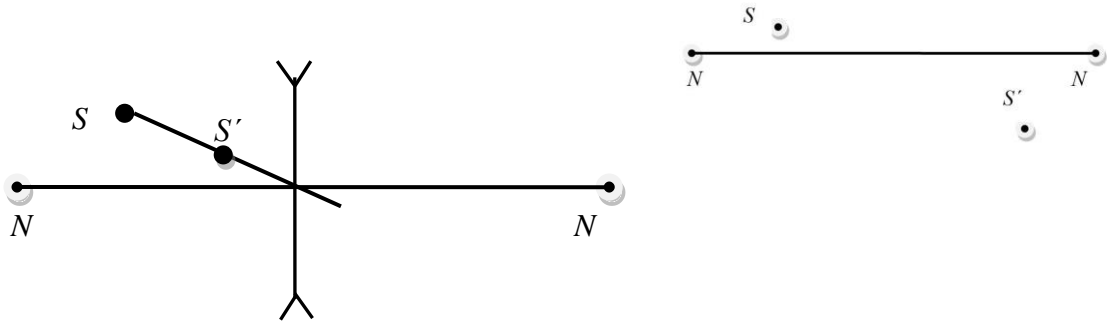
Для поворота необходимо чтобы момент силы приложенной к одному из концов трубы превосходил момент силы тяжести. Считаем все моменты относительно точки соприкосновения трубы и земли. Плечо силы тяжести равно половине длины трубы, а плечо силы, прикладываемой к концу трубы равно её длине

$$mg \frac{l}{2} = Fl$$

В результате получается, что прикладываемая сила должна быть равна половине силы тяжести.

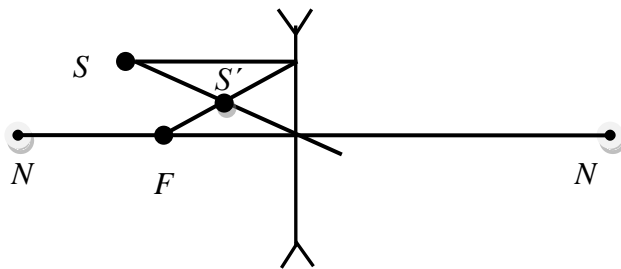
Ответ: 400 Н.

4. Заданы главная оптическая ось линзы NN , положение источника S и его изображения S' . Найдите построением положение оптического центра линзы O и ее фокусов.



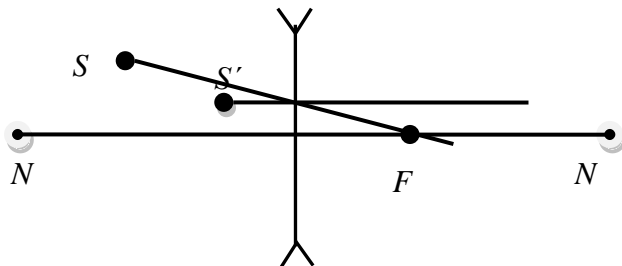
Решение

Используем стандартные лучи для построения изображений в линзах. Первый лучи проходит через точку предмета, центр линзы и точку изображения.



Второй луч идет параллельно главной оптической оси и после линзы проходит через фокус (и через точку изображения). Третий луч за линзой идет параллельно главной оптической оси, так что его продолжение проходит через точку изображения, а после линзы продолжение луча проходит через фокус (и точку

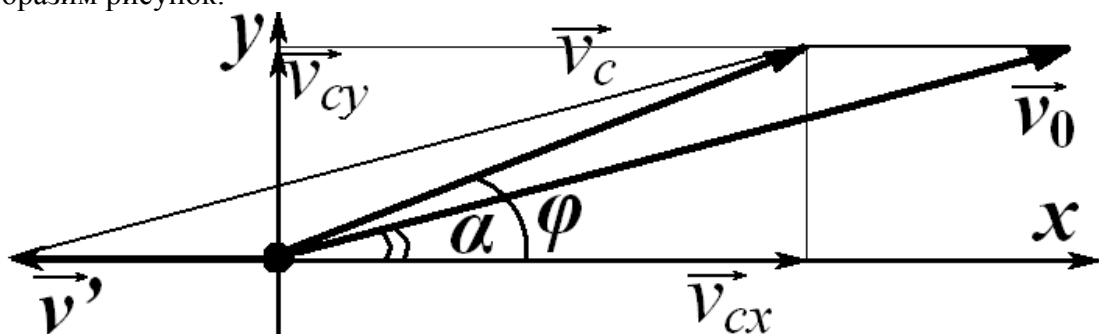
предмета)



5. Самолет в безветренную погоду взлетает со скоростью $v_0 = 40$ м/с под углом к горизонту $\alpha = 10^\circ$. Внезапно начинает дуть горизонтальный встречный ветер, скорость которого $v = 10$ м/с. Какой стала скорость самолета относительно Земли и какой угол образует этот вектор скорости с горизонтом?

Решение

Изобразим рисунок.



1. Полная скорость самолёта в ветреную погоду может быть найдена как:

$$v_c = \sqrt{v_{cx}^2 + v_{cy}^2}, \quad (1)$$

где v_{cx} и v_{cy} – проекции скорости на оси координат:

$$\text{ОХ: } v_{cx} = v_{0x} - v' = v_0 \cdot \cos \alpha - v'. \quad (2)$$

$$\text{ОУ: } v_{cy} = v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), получим:

$$\begin{aligned} v_c &= \sqrt{(v_0 \cdot \cos \alpha - v')^2 + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} = \\ &= \sqrt{(v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha) - 2 \cdot v_0 \cdot v' \cdot \cos \alpha + v'^2} = \\ &= \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot v_0 \cdot v' \cdot \cos \alpha + v'^2} = \sqrt{1600 - 2 \cdot 40 \cdot 10 \cdot \cos 10^\circ + 100} = \\ &= \sqrt{1700 - 800 \cdot 0,9848} = \sqrt{912,15} = 30,201 = 30,2 \text{ м/с} \end{aligned}$$

2. Тангенс угла φ , который образует вектор скорости v_c с горизонтом, можно найти как отношение:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_{cy}}{v_{cx}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{v_0 \cdot \cos \alpha - v'} = \frac{40 \cdot \sin 10^\circ}{40 \cdot \cos 10^\circ - 10} =$$

$$\text{или} = \frac{40 \cdot 0,1736}{40 \cdot 0,9848 - 10} \approx 0,2363.$$

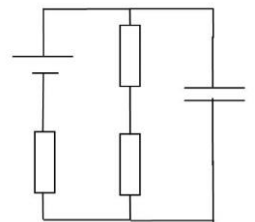
$$\text{или} = \frac{40 \cdot 0,17}{40 \cdot 0,98 - 10} \approx 0,2328.$$

Тогда: $\varphi = \operatorname{arctg} 0,2363 \cong 13,295^\circ \approx 13,3^\circ$.

$\varphi = \operatorname{arctg} 0,2328 \cong 13,105^\circ \approx 13,1^\circ$.

Ответ: $v = 30,2 \text{ м/с}$, $\varphi \approx \operatorname{arctg} 0,23 \approx 13^\circ$.

6. В схеме, изображенной на рисунке, определите напряжение на конденсаторе. Сопротивления каждого резистора 1 Ом, ЭДС источника 2 В. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



Решение

Конденсатор и участок цепи, включающий два резистора соединены параллельно. Напряжение на последовательно соединенных резисторах можно выразить по закону Ома для участка цепи

$$U = I \cdot 2R$$

Для нахождения силы тока используем закон Ома для полной цепи. Учтем при этом, что по участку содержащему конденсатор ток не протекает поэтому все три резистора оказываются соединенными последовательно. Тогда

$$I = \frac{\mathcal{E}}{3R}$$

Окончательно для напряжения на конденсаторе получим

$$U = \frac{\varepsilon}{3R} 2R$$

Подставим числовые данные и получим **Ответ** 4/3 В.

7. Из баллона со сжатым кислородом объемом 100 л из-за неисправности крана вытекает газ. При температуре 273 К манометр на баллоне показывал давление $2 \cdot 10^6$ Па. Через некоторое время при температуре 300 К манометр показал то же давление. Сколько газа вытекло из баллона?

Решение

В системе СИ (системе интернациональной)

$$V_1 = V_2 = V = 100 \text{ л} = 0,1 \text{ м}^3,$$

$$P_1 = P_2 = P = 2 \cdot 10^6 \text{ Па},$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}.$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 = ?$$

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для двух состояний газа:

$$\begin{cases} PV = \frac{m_1}{M} RT_1, & (12) \\ PV = \frac{(m_1 - \Delta m)}{M} RT_2. & (13) \end{cases}$$

$$\text{Из (12) и (13)} \rightarrow \frac{m_1}{M} RT_1 = \frac{(m_1 - \Delta m)}{M} RT_2,$$

или

$$m_1 T_1 = m_1 T_2 - \Delta m T_2 \longrightarrow \Delta m = m_1 (T_2 - T_1) / T_2,$$

или

$$\Delta m = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \cdot m_1.$$

Из (12)

$$m_1 = \frac{PVM}{RT_1}.$$

Тогда

$$\Delta m = \left(1 - \frac{273}{300}\right) \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,32 \cdot 273} \approx 0,254 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 0,254$ кг.

8. По обмотке длинного цилиндрического соленоида радиуса r протекает постоянный ток, создающий внутри соленоида однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} . Между витками соленоида в него влетает по радиусу (перпендикулярно оси соленоида) электрон со скоростью \vec{v} . Отклоняясь в магнитном поле, электрон, спустя некоторое время, покинул соленоид. Определите время движения электрона внутри соленоида.

Решение

На электрон, влетевший в магнитное поле, будет действовать сила Лоренца, направленная перпендикулярно векторам скорости электрона и индукции магнитного поля, то есть вектор силы Лоренца в любой момент времени будет лежать в плоскости, перпендикулярной оси соленоида. Скорость электрона перпендикулярна индукции магнитного поля, поэтому величина силы Лоренца будет равна $F_L = qvB$.

Электрон внутри соленоида будет двигаться по дуге окружности. Радиус этой окружности R можно найти из уравнения движения электрона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB.$$

Отсюда $R = \frac{mv}{qB}$.

На рис.11 показана траектория движения электрона внутри соленоида. В точке O_1 находится центр окружности, описываемой электроном, \vec{v}' – скорость электрона в момент выхода из соленоида. Поскольку сила Лоренца работы не совершает, модули векторов \vec{v} и \vec{v}' равны. Время движения электрона внутри соленоида будет равно

$$t = \frac{S}{v},$$

где S – длина дуги CD (путь, пройденный электроном). Поскольку $S = R\varphi$, то

$$t = \frac{R\varphi}{v}.$$

Угол φ можно найти из прямоугольного треугольника O_1CO .

$$\varphi = 2\text{arctg} \frac{r}{R} = 2\text{arctg} \frac{qBr}{mv}.$$

Таким образом, время движения электрона внутри соленоида будет равно

$$t = \frac{2m}{qB} \text{arctg} \left(\frac{qBr}{mv} \right).$$

Ответ: $t = \frac{2m}{qB} \text{arctg} \left(\frac{qBr}{mv} \right)$

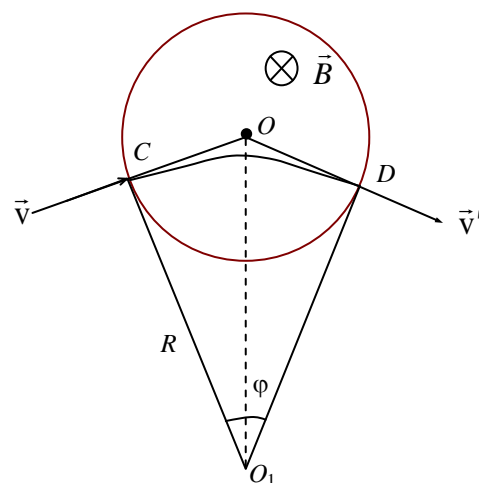


Рис.11

Вариант 3

1. Тело, брошенное вертикально вверх упало на Землю через 4 с. Какой максимальной высоты достигло тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Время подъема $t_{\text{под}} = t_{\text{общ}}/2 = 2 \text{ с}$.

Для скорости тела в случае движения вертикально вверх можно записать уравнение:

$$v = v_0 - gt$$

В верхней точке скорость равна нулю. Тогда

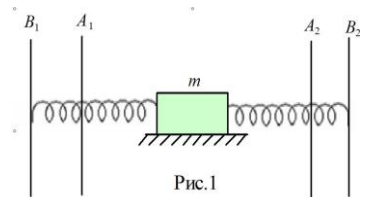
$$v_0 = g t_{\text{под}}$$

поскольку

$$h = v_0 t_{\text{под}} - g t_{\text{под}}^2 / 2, \text{ то } h = g t_{\text{под}}^2 - g t_{\text{под}}^2 / 2 = g t_{\text{под}}^2 / 2 = 10 \cdot 4 / 2 = 20 \text{ м}$$

Ответ: 20 м

2. На идеально гладкой поверхности лежит груз массой m , растянутый пружинами 1 и 2 с коэффициентами упругости соответственно k_1 и k_2 (рис.1). Если груз вывести из положения равновесия (отклонить в сторону), он начнет колебаться с периодом T . Изменится ли период колебаний, если те же пружины закрепить не в точках A_1 и A_2 , а в B_1 и B_2 ?



Решение

Уравнение движения груза, выведенного из положения равновесия, если пружины закреплены в A_1 и A_2 имеют вид

$$ma = -(k_1 + k_2)x,$$

или

$$a + \frac{k_1 + k_2}{m} x = 0.$$

В этом уравнении $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ – собственная частота колебаний груза. Как видно, она не

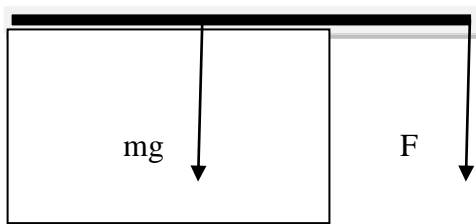
зависит от смещения груза. Период колебаний связан с собственной частотой соотношением

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \text{ Следовательно, период также не зависит от смещения груза.}$$

Так как при изменении растяжения пружин зависимость силы, действующей на груз m от смещения не изменяется, то и период колебаний не будет зависеть от этого растяжения. Перемещение точек закрепления из A_1 и A_2 в B_1 и B_2 приведет лишь к изменению положения равновесия, около которого будет колебаться груз.

3. Однородный брус лежит на платформе так, что за край платформы свешивается четверть его длины. К выступающему концу бруса прикладывают силу F , направленную вертикально. Когда эта сила становится равной 2000 Н, противоположный конец бруса начинает приподниматься. Определите массу бруса.

Решение



Сила тяжести приложена к середине бруса. К свободному концу необходимо прикладывать силу направленную вниз. Расстояния от точки приложения силы тяжести до точки опоры (оси вращения) равно $l/4$. Запишем уравнение моментов относительно точки опоры бруса на стол:

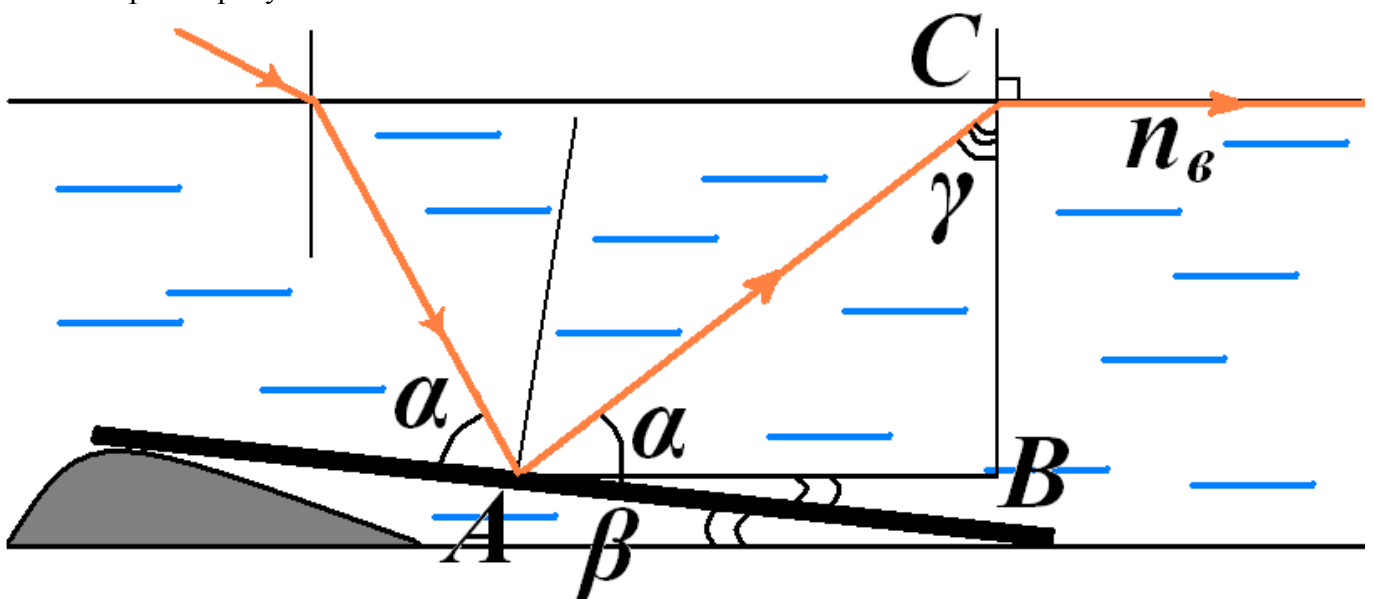
$$mg \cdot l/4 = F /4$$

Ответ: 200 кг

4. На дне водоема расположено плоское зеркало так, что луч света от фонарика, падающий на поверхность зеркала под углом $\alpha = 60^\circ$ к его поверхности, претерпевает полное внутреннее отражение на поверхности водоема. Найти угол β , который составляет плоскость зеркала с горизонтом. Показатель преломления воды $n = 1,33$.

Решение

Изобразим рисунок.



1. При падении луча фонарика на границу раздела «вода–воздух» (в точке C) должен выполняться закон преломления:

$$n_g \cdot \sin \gamma = n \cdot \sin 90^\circ, \quad (1)$$

где $n = 1$ (показатель преломления воздуха). $\sin 90^\circ$, т.к. по условию луч претерпевает полное внутреннее отражение ($\sin 90^\circ = 1$).

Из (1) получаем: $\sin \gamma = \frac{1}{n_g}, \rightarrow \gamma = \arcsin\left(\frac{1}{n_g}\right)$ (2)

2. Найдём из прямоугольного треугольника ΔABC угол γ :

$$\gamma + (\alpha - \beta) = 90^\circ, \rightarrow \gamma = 90^\circ - (\alpha - \beta) = 90^\circ - \alpha + \beta. \quad (3)$$

Приравняем (3) и (2): $90^\circ - \alpha + \beta = \arcsin\left(\frac{1}{n_g}\right)$, откуда

$$\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n_g}\right) + \alpha - 90^\circ = \arcsin\left(\frac{1}{1,33}\right) + 60^\circ - 90^\circ = 18,75^\circ$$

Ответ: $\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n_g}\right) + \alpha - 90^\circ = \arcsin\left(\frac{1}{1,33}\right) + 60^\circ - 90^\circ = 18,75^\circ$

5. Под каким углом нужно бросить тело массой m , чтобы высота максимального подъёма равнялась дальности полета, если на тело в горизонтальном направлении дует встречный ветер, который создает ускорение a ?

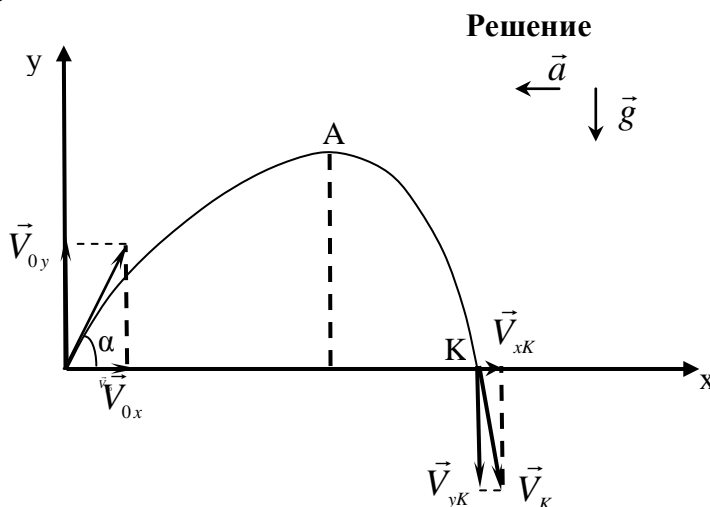
Решение

Дано:

$$S_x = h_m$$

$$a$$

$$\alpha = ?$$



На тело действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила со стороны встречного ветра \vec{F} . Тогда в проекции на ось x движение тела является равнозамедленным с начальной скоростью V_{0x} и ускорением a .

В проекции на ось y половину всего времени тело движется равнозамедленно с начальной скоростью V_{0y} , а половину времени - равноускоренно без начальной скорости. Естественно, движение по оси y происходит с ускорением g . В целом движение тела в кинематике описывается следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_x = V_{0x}t_x - \frac{at_x^2}{2} \\ V_{xK} = V_{0x} - at_x \\ h_m = V_{0y}t - \frac{gt_y^2}{2} \\ 0 = V_{0y} - gt_y \\ h = \frac{gt_y^2}{2} \\ V_{yK} = gt_y \\ t_x = 2t_y \end{array} \right.$$

Используя часть уравнений этой системы и второй закон Ньютона запишем замкнутую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_m = S_x \quad (1) \\ h_m = \frac{gt_y^2}{2} \quad (2) \\ 0 = V_{0y} - gt_y \quad (3) \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \quad (4) \\ S_x = V_{0x}t_x - \frac{at_x^2}{2} \quad (5) \\ V_{0x} = V_0 \cos \alpha \quad (6) \\ t_x = 2t_y \quad (7) \end{array} \right.$$

Решение этой системы методом последовательных подстановок приводит к искомому решению.

$$\frac{gt_y^2}{2} = V_{0x} \cdot 2t_y - \frac{a \cdot 4 \cdot t_y^2}{2}$$

$$gt_y = 4V_{0x} - 4at_y$$

$$g \cdot \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = 4V_0 \cos \alpha - \frac{4a \cdot V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\sin \alpha = 4 \cos \alpha - \frac{4a}{g} \sin \alpha$$

$$tg \alpha = 4 - \frac{4a}{g} tg \alpha$$

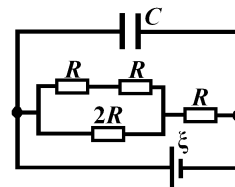
$$tg \alpha = \frac{4}{1 + \frac{4a}{g}}$$

$$\alpha = \arctg \frac{4g}{g + 4a}$$

Ответ:

$$\alpha = \arctg \frac{4g}{g + 4a}$$

6. Каким должно быть сопротивление R , чтобы напряженность электрического поля в плоском конденсаторе была равна $E = 2250$ В/м (рисунок)? ЭДС источника $\xi = 5$ В, внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 0,2$ см.

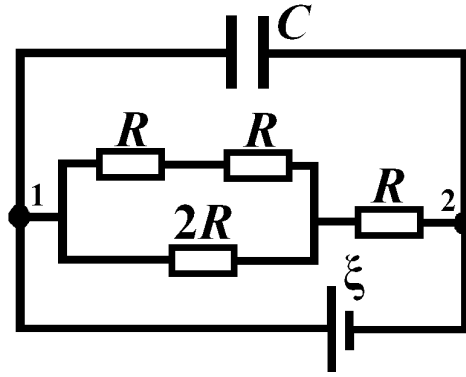


Решение:

$$\text{Запишем закон Ома: } \xi = I \cdot (R_{12} + r) = U_{12} + I \cdot r \quad (1)$$

$$\text{Где } R_{12} = \frac{1}{\frac{1}{R+R} + \frac{1}{2R}} + R = R + R = 2R \quad (2)$$

Разность потенциалов между точками 1 и 2 связана с напряжённостью электрического поля в плоском конденсаторе: $U_{12} = E \cdot d$. (3)



С другой стороны из (1):

$$U_{12} = I \cdot R_{12} = \frac{\xi}{R_{12} + r} \cdot R_{12} = \frac{2R\xi}{2R + r}. \quad (4)$$

Приравняем (3) и (4), получим:

$$\frac{2R\xi}{2R + r} = E \cdot d, \rightarrow 2R\xi = 2REd + rEd, \rightarrow 2R(\xi - Ed) = rEd, \rightarrow \boxed{R = \frac{rEd}{2R(\xi - Ed)}}.$$

$$R = \frac{rEd}{2(\xi - Ed)} = \frac{0,5 \cdot 2250 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2(5 - 2250 \cdot 2 \cdot 10^{-3})} = \frac{2,25}{2(5 - 4,5)} = \frac{2,25}{2 \cdot 0,5} = 2,25 \text{ Ом}$$

Ответ: $R = 2,25 \text{ Ом}$.

7. Баллон, содержащий 1 кг азота, взорвался при испытании при 350°C . Какое количество водорода можно хранить в этом баллоне при 20°C , имея пятикратный запас прочности. Считать прочность баллона не зависящей от температуры.

Решение

молярная масса азота 0.028 кг, водорода – 0.002 кг

Взрыв баллона означает, что давление в нем превысило некоторую критическую величину. Обозначим ее P_N . В момент взрыва:

$$P_N V_N = m_N \cdot R \cdot T_N / \mu_N \quad (1)$$

Для водорода аналогично получим

$$P_H V_H = m_H \cdot R \cdot T_H / \mu_H \quad (2)$$

Объем баллона не меняется, т.е. $V_N = V_H$, пятикратный запас прочности аналогичен требованию $5 \cdot P_H = P_N$, тогда из (2) получим

$$P_N V_N = 5m_H \cdot R \cdot T_H / \mu_H \quad (3)$$

Подставив (1) в (3) получаем

$$m_N \cdot R \cdot T_N / \mu_N = 5m_H \cdot R \cdot T_H / \mu_H$$

Подставив численные значения получим

Ответ: 0,034 кг

8. Проводящий стержень массой $m = 0,1 \text{ кг}$ и длиной $L = 0,25 \text{ м}$ лежит на горизонтальной поверхности перпендикулярно к однородному горизонтальному магнитному полю с индукцией $B = 0,2 \text{ Тл}$. Какую силу нужно приложить перпендикулярно проводнику в горизонтальном направлении для его равномерного поступательного движения, если сила тока в проводнике $I = 10 \text{ А}$? Коэффициент трения $\mu = 0,1$.

Решение:

Изобразим рисунок. Возможны 2 случая в зависимости от направления тока в проводнике.

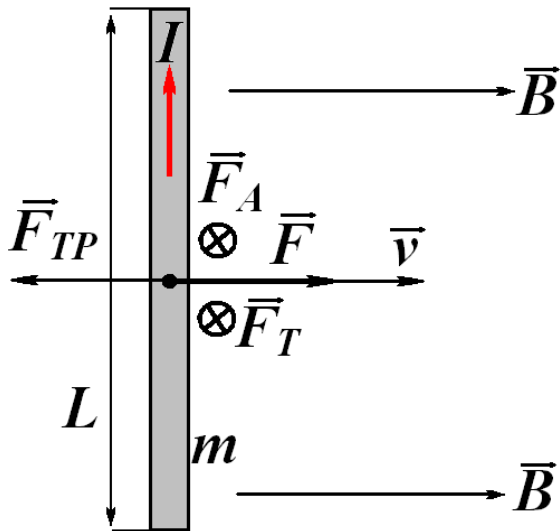


Рисунок 1

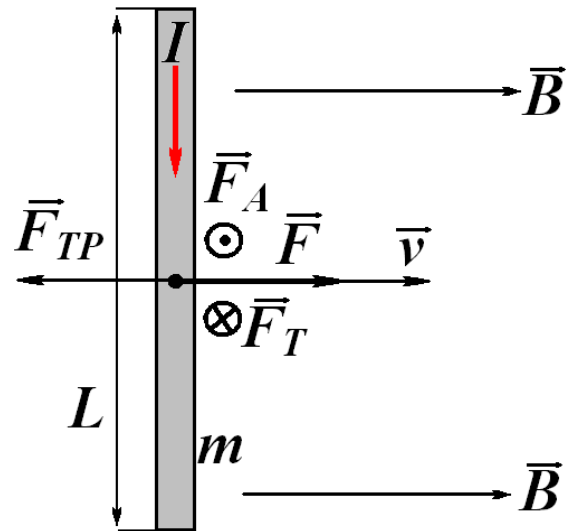


Рисунок 2

Запишем второй Ньютон для обеих ситуаций.

$$\vec{F}_{TP} + \vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

Т.к. скорость стержня постоянна, то ускорение равно нулю. Возьмём проекцию уравнения (1) на направление движения (слева на право):

$$-F_{TP} + F = 0, \rightarrow F = F_{TP} \quad (2)$$

Т.о. сила, которую нужно приложить к стержню, равна силе трения. Найдём силу трения.

Известно, что: $F_{TP} = \mu \cdot N$.

Для первого рисунка:

$$F_{TP} = \mu \cdot (F_T + F_A) = \mu \cdot (mg + IBL) = 0,1 \cdot (0,1 \cdot 9,8 + 10 \cdot 0,2 \cdot 0,25) = \\ = 0,1 \cdot (0,98 + 0,5) = 0,1 \cdot 1,48 = 0,148H$$

Для второго рисунка:

$$F_{TP} = \mu \cdot (F_T - F_A) = \mu \cdot (mg - IBL) = 0,1 \cdot (0,1 \cdot 9,8 - 10 \cdot 0,2 \cdot 0,25) = \\ = 0,1 \cdot (0,98 - 0,5) = 0,1 \cdot 0,48 = 0,048H$$

Ответ: $F = \mu (mg \pm IBL)$; $F = 0,148$ Н или $F = 0,048$ Н.